

Rasyonel Denklemler

Rasyonel Denklemler Macerasına Hoş Geldin! ☐

Başlamadan önce adın nedir?

Öğrenmeye Başla!
İsimsiz Devam Et

Bu site, tercihlerinizi ve sınav sonuçlarınızı kaydetmek için çerezleri (tarayıcı hafızası) kullanır.

< Geri

Soru 1 / 5

İleri >

Testi Bitir ☐

Sonuçlara Dön

Bir Bilinmeyenli Rasyonel Denklemler

Bu interaktif sayfa ile içinde bilinmeyen bulunan kesirli (rasyonel) ifadelerden oluşan denklemleri nasıl çözeceğini öğreneceksin.

□ Biliyor muydunuz?

Rasyonel denklemler, mühendislikte elektrik devrelerindeki dirençleri hesaplamaktan, ekonomide maliyet analizlerine kadar birçok gerçek hayat probleminde kullanılır!

1. Rasyonel Denklem Çözme Yöntemleri

Rasyonel denklemleri çözerken temel amacımız, paydalardan kurtularak denklemi daha basit bir hale getirmektir. Bunun için genellikle iki ana yöntem kullanılır.

Payda Eşitleme Yöntemi

Eğer denklemde toplama veya çıkarma işlemi varsa, kesirlerde olduğu gibi önce paydaları eşitleriz.

Örnek: $\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5 \right)$ denklemini çözelim.

- Paydaları 6'da eşitleyelim: $\left(\frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = 5 \right)$
- Kesirleri toplayalım: $\left(\frac{5x}{6} = 5 \right)$
- İçler-dışlar çarpımı yapalım: $\left(5x = 6 \cdot 5 \implies 5x = 30 \right)$
- Her iki tarafı 5'e bölelim: $\left(x = 6 \right)$

İçler-Dışlar Çarpımı Yöntemi

Eşitliğin her iki tarafında da tek bir kesir varsa, en pratik yol içler-dışlar çarpımı yapmaktır.

Örnek: $\left(\frac{x+14}{2x} = 4 \right)$ denklemini çözelim. (4'ün paydası 1'dir)

- İçler-dışlar çarpımı yapalım: $(x+14) \cdot 1 = 4 \cdot (2x)$
- Denklemi düzenleyelim: $x+14 = 8x$
- Bilinmeyenleri bir tarafa toplayalım: $14 = 8x - x$
 $\implies 14 = 7x$
- Her iki tarafı 7'ye bölelim: $x = 2$

Alıştırma Sorusu

$\frac{x-1}{3} = \frac{x+1}{4}$ denklemini çözünüz.

Çözümü Göster □

Çözüm:

İçler-dışlar çarpımı yöntemini kullanalım:

$$4 \cdot (x-1) = 3 \cdot (x+1)$$

$$4x - 4 = 3x + 3$$

$$4x - 3x = 3 + 4$$

$$x = 7$$

Sonuç: $x = 7$

2. Kritik Nokta: Paydayı Sıfır Yapan Değerler

△□ Rasyonel denklemlerde en önemli kural, **paydanın asla sıfır olmamasıdır**. Bir kesrin paydası sıfır olursa, ifade tanımsız olur. Bu nedenle, denklemi çözdükten sonra bulduğumuz 'x' değeri, denklemin orijinal halindeki paydalardan herhangi birini sıfır yapıyorsa, bu değer çözüm kümesine dahil edilemez.

Örnek

$\frac{4x-10}{x-5} = \frac{10}{x-5} - \frac{6}{5}$ denklemini çözelim.

- Kesirli ifadeleri bir tarafa toplayalım: $\left(\frac{4x-10}{x-5} - \frac{10}{x-5} = -\frac{6}{5}\right)$
- Paydalar eşit olduğu için payları çıkaralım: $\left(\frac{4x-10-10}{x-5} = -\frac{6}{5} \implies \frac{4x-20}{x-5} = -\frac{6}{5}\right)$
- Paydaki ifadeyi 4 parantezine alalım: $\left(\frac{4(x-5)}{x-5} = -\frac{6}{5}\right)$. Burada $(x \neq 5)$ olmalıdır.
- $(x-5)$ ifadeleri sadeleşir: $(4 = -\frac{6}{5})$
- Bu eşitlik hiçbir zaman doğru değildir. Ancak, ilk adımdan devam edip içler-dışlar yapsaydık: $(5(4x-20) = -6(x-5) \implies 20x-100 = -6x+30 \implies 26x=130 \implies x=5)$.
- Bulduğumuz $(x=5)$ değeri, denklemin orijinalindeki paydayı $(5-5=0)$ yaptığı için bir çözüm **değildir**.
 - Bu durumda denklemin Çözüm Kümesi **Boş Kümedir** $(\emptyset)$.

LGS ve Bursluluk Benzeri Sorular

LGS Benzeri Soru 1: Havuz Problemi

Boş bir havuzu A musluğu tek başına 10 saatte, B musluğu ise tek başına 15 saatte doldurmaktadır. İki musluk birlikte 2 saat açık kaldıktan sonra A musluğu kapatılıyor. Kalan kısmı B musluğu tek başına kaç saatte doldurur?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 12

Çözümü Göster ☐

Çözüm:

1. Birim zamanda ne kadar iş yaptıklarını bulalım: A musluğu 1 saatte havuzun $(\frac{1}{10})$ 'unu, B musluğu $(\frac{1}{15})$ 'ini doldurur.
2. İkisi birlikte 1 saatte: $(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6})$ 'sını doldurur.

3. 2 saatte doldurdukları kısım: $\left(2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \right)$.
4. Havuzun kalan kısmı: $\left(1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \right)$.
5. Kalan kısım B musluğu t saatte doldursun: $\left(t \cdot \frac{1}{15} = \frac{2}{3} \right)$. Buradan $\left(t = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10 \right)$ saat bulunur.

Doğru Cevap: C

LGS Benzeri Soru 2: Yol Problemi

Bir araç A şehrinden B şehrine saatte V km hızla 6 saatte gitmektedir. Eğer araç hızını 20 km/saat artırırsa aynı yolu 4 saatte gidecektir. Buna göre A ile B şehirleri arası kaç km'dir?

- A) 120 B) 180 C) 240 D) 300

Çözümü Göster ☐

Çözüm:

- Yol = Hız x Zaman formülünü kullanalım. Yol (X) sabittir.
- İlk durum: $\left(X = V \cdot 6 \right)$
- İkinci durum: $\left(X = (V+20) \cdot 4 \right)$
- İki denklem de X 'e eşit olduğuna göre birbirlerine eşitleyebiliriz: $\left(6V = 4(V+20) \right)$
- Denklemi çözelim: $\left(6V = 4V + 80 \implies 2V = 80 \implies V = 40 \right)$ km/saat.
- Yolu bulalım: $\left(X = 6V = 6 \cdot 40 = 240 \right)$ km.

Doğru Cevap: C

Bursluluk Benzeri Soru 1: Denklem Çözme

$\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = \frac{5}{x} \right)$ denkleminin

çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4\}$ B) $\{2\}$ C) $\{4\}$ D) $\emptyset$

Çözümü Göster

Çözüm:

1. Bilinmeyenleri bir tarafa toplayalım: $\frac{1}{2} = \frac{5}{x} - \frac{3}{x}$
2. Sağ tarafta işlemi yapalım: $\frac{1}{2} = \frac{2}{x}$
3. İçler-dışlar çarpımı yapalım: $1 \cdot x = 2 \cdot 2 \implies x=4$
4. Kontrol: $(x=4)$ paydayı sıfır yapmıyor. 0 halde çözümdür.

Doğru Cevap: C

Bursluluk Benzeri Soru 2: Tanımsızlık

$\frac{x+2}{x-a} = 5$ denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, 'a' kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 5

Çözümü Göster

Çözüm:

Bir rasyonel denklemin çözüm kümesinin boş küme olmasının bir yolu, bulunan kökün paydayı sıfır yapmasıdır.

1. Denklemi normal şekilde çözelim: $x+2 = 5(x-a) \implies x+2 = 5x-5a \implies 5a+2 = 4x \implies x = \frac{5a+2}{4}$
2. Bu bulduğumuz x değerinin paydayı sıfır yapması gerekir. Paydamız $(x-a)$ 'dır. $x-a = 0 \implies x = a$
3. İki x değerini birbirine eşitleyelim: $a = \frac{5a+2}{4} \implies 4a = 5a+2 \implies -a = 2 \implies a = -2$

Doğru Cevap: A

Bilgini Test Etmeye Hazır Mısın?

Tüm konuları gözden geçirdiysen, şimdi kendini deneme zamanı!

Teste Başla!



[Rasyonel Denklemler Testini Çöz*](#)